

DIFFRACTION ACOUSTO-OPTIQUE

October 9, 2001

Contenu

1	Origine physique de la modulation photo-acoustique	2
2	Diffraction par un réseau de phase : régime de Raman–Nath	3
2.1	Etude qualitative	3
2.2	Figure de diffraction à l’infini	4
2.3	Epaisseur critique de la cuve de fluide	6
3	Diffraction de Bragg sur un réseau acoustique épais	6
3.1	Angle de Bragg	6
3.2	Décalage Doppler et interprétation	9
4	Proposition de quelques expériences	11
4.1	Mesure de la vitesse de propagation de l’onde acoustique dans l’éthanol	11
4.2	Acousto-optique en régime de Bragg	13
4.3	Interférométrie hétérodyne : travail dirigé	15

Les ondes ultra-sonores sont des ondes acoustiques dont la fréquence, qui est comprise entre 10 kHz et quelques GHz, est au-delà du seuil d'audibilité de l'oreille humaine. Leur longueur d'onde Λ dépend bien entendu de la vitesse de propagation v au sein du milieu dans lequel ces ondes vont se propager. Cette vitesse de propagation est par exemple égale à $v = 1.2 \times 10^5$ cm/s dans l'eau, et le domaine des fréquences ultra-sonores défini ci-dessus correspond à une longueur d'onde comprise entre quelques cm et quelques dizaines de μm .

En 1921, Léon BRILLOUIN prédit qu'un liquide traversé par une onde acoustique de faible longueur d'onde, se comporterait comme un réseau de diffraction pour la lumière [1]. Ce ne fut qu'environ 10 ans plus tard que cet effet fut observé pour la première fois, et ceci de façon indépendante par DEBYE et SEARS [2], ainsi que par LUCAS et BIQUARD [3]. Ces résultats ont entraîné dans les années qui suivirent toute une série d'études à la fois théoriques et expérimentales. En effet, ce type d'interaction acousto-optique, appelé alors *diffusion Brillouin*, s'est rapidement avéré être un moyen puissant d'investigation spectroscopique des vibrations thermiques dans les solides et les liquides.

Depuis les années 1970, le développement des lasers, associé à celui des céramiques piézo-électriques qui permettent de générer facilement des ondes acoustiques dont les fréquences coïncident avec celles du spectre radio-fréquence (RF) et hyper-fréquence, a fait apparaître de nombreux dispositifs qui sont basés sur cet effet. Ces composants opto-électroniques permettent de moduler la lumière aussi bien en amplitude qu'en phase, de défléchir un faisceau lumineux, ou encore de décaler la fréquence optique d'un laser d'une valeur parfaitement déterminée par celle de l'onde acoustique.

1 Origine physique de la modulation photo-acoustique

Considérons une onde acoustique de fréquence Ω qui se propage dans la direction Ox avec un vecteur d'onde $\vec{Q} = Q \vec{u}_x$ ¹. On suppose le milieu homogène, de sorte que l'onde peut être représentée par une grandeur scalaire qui correspond à une variation de pression. L'onde sonore qui se propage dans le fluide va ainsi créer une modulation de la densité moléculaire du milieu $N(x, t)$ autour de sa densité moyenne N_0 :

$$N(x, t) = N_0 [1 + \Delta \cos(Qx - \omega t)] \quad (1)$$

Cette variation de la densité, dont l'amplitude relative Δ est typiquement de l'ordre de 10^{-4} , induit une modulation de la permittivité électrique ϵ_R du milieu :

$$\epsilon_R = \epsilon_R^{(0)} + \epsilon_R^{(1)} \cos(Qx - \omega t) \quad (2)$$

autour de l'indice de réfraction du milieu $n_0 = \sqrt{\epsilon_R^{(0)}}$. En utilisant la relation de LORENZ-LORENTZ :

$$\frac{\epsilon_R - 1}{\epsilon_R + 2} \cdot \frac{1}{N} = \text{constante} \quad (3)$$

nous obtenons l'amplitude $\epsilon_R^{(1)}$ de la variation de la permittivité par une simple différentiation logarithmique :

$$\epsilon_R^{(1)} \left[\frac{1}{\epsilon_R^{(0)} - 1} - \frac{1}{\epsilon_R^{(0)} + 2} \right] - \Delta = 0 \quad (4)$$

¹Nous supposons que cette onde acoustique est *plane*. Bien que cette configuration puisse être difficile à obtenir du point de vue expérimental, il suffit en pratique que les fronts d'onde de l'onde acoustique restent quasiment plans sur des dimensions transverses grandes devant la longueur d'onde Λ .

soit :

$$\epsilon_R^{(0)} = \gamma \Delta \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{3} \left(\epsilon_R^{(0)} - 1 \right) \left(\epsilon_R^{(0)} + 2 \right) \quad (5)$$

Cette modification de la permittivité diélectrique du fluide va induire une modification de son indice de réfraction n :

$$2n_0 \delta n \approx \epsilon_R^{(1)} \quad \text{soit} \quad \delta n \approx \frac{\epsilon_R^{(1)}}{2n_0} = \frac{\gamma \Delta}{2n_0} \quad (6)$$

Dans le cas de l'eau, on a ainsi $n_0 = 1.5$, d'où $\epsilon_R^{(0)} = n_0^2 = 2.25$. En reportant dans l'équation (5), on obtient ainsi $\gamma = 1.36$. Cet ordre de grandeur nous montre que le facteur γ pour les liquides est en général de l'ordre de l'unité.

2 Diffraction par un réseau de phase : régime de Raman–Nath

2.1 Etude qualitative

Nous considérons la propagation d'une onde plane incidente de vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_z$ dont la vibration lumineuse s'écrit :

$$\mathcal{S}_{\text{in}}(x, z, t) = \mathcal{S}_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (7)$$

On suppose que cette onde traverse en $z = 0$ un *réseau de phase* infiniment mince, lequel va par conséquent induire une modification de la phase de l'onde lumineuse lors de sa traversée. Ce réseau est donc équivalent à une transmission complexe vis-à-vis de l'amplitude de l'onde lumineuse :

$$t(x) = t_0 e^{iqx} \quad (8)$$

qui correspond à une modulation spatiale de périodicité $\Lambda = 2\pi/q$. Le champ à la sortie du milieu va par conséquent s'écrire :

$$\mathcal{S}_{\text{out}}(x, z, t) = \mathcal{S}_0 e^{i(qx + kz - \omega t)} \quad (9)$$

A partir du plan initial en $z = 0$, la propagation de l'onde va être définie par la condition d'*accord de phase* entre les plans d'onde et la répartition d'amplitude dans le plan $z = 0$, qui est spécifiée par la périodicité spatiale de $t(x)$ (cf. figure 1). Si on se limite à l'approximation paraxiale pour laquelle $q \ll k$ ou $\Lambda \gg \lambda$, l'onde sortante va se propager avec un angle θ par rapport à la direction initiale \vec{u}_z :

$$\sin \theta = \frac{q}{k} = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad \text{soit} \quad \theta \simeq \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (10)$$

L'onde incidente est par conséquent diffractée dans une direction qui est proportionnelle à la fréquence spatiale $1/\Lambda$ de la transmission du milieu. Comme nous l'avons vu dans le cours sur la diffraction des ondes lumineuses, la propagation libre agit comme un *prisme* vis-à-vis des différentes fréquences spatiales que l'onde incidente rencontre lors de la traversée du plan diffractant. Rappelons que cette propriété fondamentale des masques de phase est à la base d'un certain nombre d'applications, lesquelles permettent de moduler un faisceau, de réaliser des interconnexions optiques, de construire des éléments d'imagerie à partir de structures diffractives, etc.

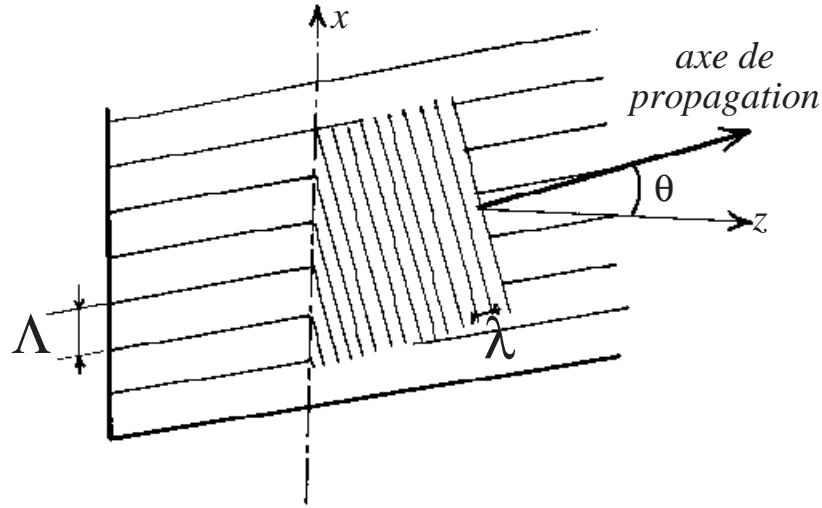


Figure 1: Condition d'accord de phase de l'onde lumineuse, dont l'amplitude dans le plan $z = 0$ est modulée par une transmission sinusoïdale de pas Λ .

2.2 Figure de diffraction à l'infini

Considérons le réseau de phase qui correspond à la propagation de l'onde acoustique le long de l'axe Ox . Comme la vitesse de propagation v de l'onde acoustique est beaucoup plus petite que la vitesse de la lumière c , ce réseau de phase apparaît comme *stationnaire* vis-à-vis de l'oscillation temporelle de la vibration lumineuse, soit :

$$\varphi(x) = \varphi_0 \cos(qx - \phi) \quad (11)$$

Pour une cuve d'épaisseur e , et en fonction de la modulation δn de l'indice de réfraction qui est donnée par la relation (6), l'amplitude φ_0 de la modulation de phase est donnée par :

$$\varphi_0 \approx \pi \frac{\gamma \Delta}{n_0} \frac{e}{\lambda} \quad (12)$$

Tout traité de méthodes mathématiques appliquées à la physique indique qu'un terme de la forme $e^{i\varphi_0 \cos u}$ avec $\varphi_0 \ll 1$ peut être développé en une série de fonctions de Bessel ² :

$$\begin{aligned} e^{i\varphi_0 \cos u} &= J_0(\varphi_0) + i 2J_1(\varphi_0) \cos u \\ &\quad - 2J_2(\varphi_0) \cos 2u \\ &\quad - i 2J_3(\varphi_0) \cos 3u + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

Le champ à la sortie du milieu

$$\mathcal{S}_{\text{out}}(x, z, t) = \mathcal{S}_0 e^{i(\varphi(x) + kz - \omega t)}$$

va donc être donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{out}}(x, z, t) &= \mathcal{S}_0 \left[J_0(\varphi_0) + iJ_1(\varphi_0)e^{i(qx - \Omega t)} + iJ_1(\varphi_0)e^{-i(qx - \Omega t)} + \dots \right] \times \\ &\quad \times e^{i(kz - \omega t)} \end{aligned} \quad (14)$$

²La fonction de Bessel d'ordre n , qu'on note J_n , est la solution de l'équation différentielle

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$$

Cette fonction est bornée à l'origine pour n positif. Il existe des tables de ces fonctions ; elles sont par ailleurs directement accessibles dans tout logiciel de calcul mathématique – Mathematica, Maple, Igor, ... – ce qui rend leur emploi aussi simple que pour calculer la valeur numérique d'une fonction trigonométrique sur une calculatrice.

D'après la discussion faite au paragraphe précédent, la propagation libre va ensuite faire apparaître différents ordres de diffraction

$$m = 0, \pm 1, \dots, \pm l, \dots$$

lesquels vont se propager dans les directions θ_l données par la relation :

$$\sin \theta_l = l \frac{q}{k_l} \quad (15)$$

Notons que la fréquence optique ω_l de l'onde diffractée dans l'ordre l est également décalée par rapport à la fréquence initiale ω de la vibration lumineuse :

$$\omega_l = \omega + l\Omega \quad \text{et} \quad k_l = \frac{\omega_l}{c} \quad (16)$$

Puisque $\Omega \ll \omega$, on a toujours $\omega_l \approx \omega$, et on peut légitimement négliger la variation de la norme du vecteur d'onde dans l'expression (15) de l'angle de diffraction θ_l . La direction θ_l de l'ordre l de diffraction est par conséquent donnée par la formule habituelle des réseaux :

$$\sin \theta_l = l \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (17)$$

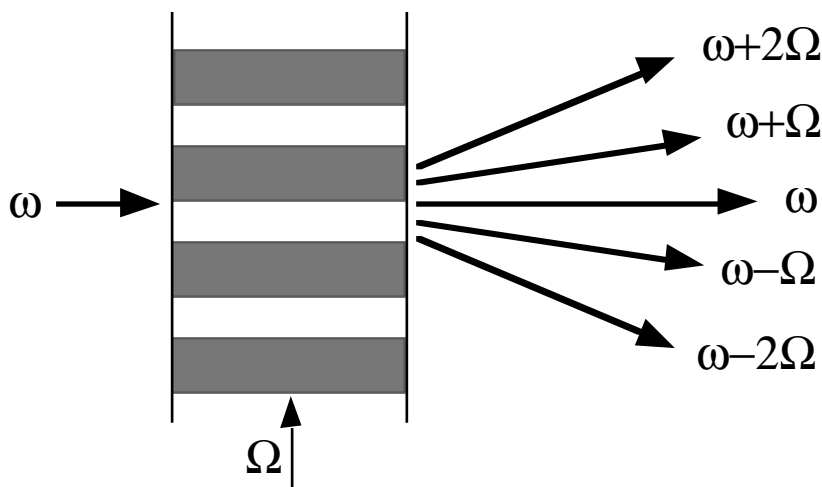


Figure 2: Diffraction d'une onde lumineuse par une onde acoustique se propageant dans un fluide. Dans le régime de Raman–Nath, l'onde acoustique est équivalente à un réseau de phase infiniment mince. Il apparaît alors différents ordres de diffraction, qui sont situés de part et d'autre de la direction de propagation incidente. Chaque tache de diffraction s'accompagne d'un changement de fréquence, avec un décalage par rapport à la fréquence initiale de la vibration lumineuse qui est fixé par la radio-fréquence Ω à laquelle oscille l'onde acoustique. La répartition d'intensité dans les différents ordres de diffraction est fonction de l'amplitude du réseau de phase, et donc de la puissance qui est transportée par l'onde acoustique.

Le faisceau diffracté dans l'ordre l a une intensité relative de l'ordre de $J_l(\varphi_0)^2$. Cette fonction de Bessel d'ordre l ne prenant des valeurs importantes que pour abl inférieur en ordre de grandeur à $|\varphi_0|$, le nombre d'ordres de diffraction qui seront visibles est donc donné approximativement par $l_{\max} \approx \varphi_0$. Compte tenu des ordres de grandeurs que nous avons estimés précédemment, on observe en pratique l'apparition de quelques ordres de diffraction, répartis de part et d'autre de la tache centrale qui correspond à la propagation directe du faisceau incident (ordre 0 de diffraction).

Remarquons pour finir que ce phénomène est facile à observer. Imaginons par exemple qu'on excite dans le fluide une onde acoustique de fréquence $\Omega/2\pi = 5$ MHz. Puisque $v \approx 1500$ m/s, la longueur d'onde acoustique est $\Lambda \approx 300$ μm . Pour de la lumière rouge à $\lambda \approx 0.6$ μm , l'angle de diffraction qui correspond à la différence entre deux ordres successifs sera de 2 mrad. Sur un écran placé à une distance de 1 mètre du réseau, les taches de diffraction apparaîtront équidistantes entre elles avec une séparation de 2 mm.

2.3 Epaisseur critique de la cuve de fluide

Considérons la modélisation du milieu qui est représentée schématiquement sur la figure 2. A un instant donné, les différentes parties du fluide sont alternativement comprimées puis dilatées. Imaginons-nous maintenant la partie du faisceau qui rentre dans une de ces zones de longueur caractéristique $\Lambda/2$, par exemple là où le fluide est comprimé. La diffraction due à l'ouverture finie du faisceau incident va alors le faire diverger avec un angle caractéristique $(\lambda/n_0)/(\Lambda/2)$. Le faisceau va alors venir "déborder" dans les parties adjacentes de la zone considérée, là où le fluide est dilaté. Cet effet "parasite" restera cependant négligeable tant que l'épaisseur e de la cuve vérifiera la condition :

$$\frac{\lambda/n_0}{\Lambda/2} \cdot e \ll \Lambda/2$$

soit :

$$e \ll e_C \quad \text{avec} \quad e_C = \frac{n_0 \Lambda^2}{4\lambda} \quad (18)$$

Si on considère l'exemple numérique que nous avons donné précédemment, cette épaisseur critique correspond à $e_C \approx 3$ cm. Il sera par conséquent possible d'utiliser un transducteur piézo-électrique de 1 cm de large pour générer l'onde acoustique au sein de la cuve.

Remarquons que puisque e_C varie en Λ^2 , la condition de Raman–Nath sera pratiquement impossible à vérifier pour des fréquences $\Omega/2\pi$ au-delà de quelques dizaines de MHz. Il est donc nécessaire de déterminer ce que deviennent ces effets de diffraction acousto-optique lorsque l'épaisseur e de la cuve est grande devant l'épaisseur critique e_C que nous venons d'évaluer.

3 Diffraction de Bragg sur un réseau acoustique épais

3.1 Angle de Bragg

Plaçons-nous maintenant dans le cas limite d'une cuve très épaisse. L'onde lumineuse incidente qui se propage dans le milieu est alors partiellement réfléchi par chaque strate de densité, sur laquelle elle arrive avec l'angle d'incidence θ (figure 3).

Puisque l'indice de réfraction $n(x)$ varie en fonction de la profondeur x suivant la relation :

$$n(x) = n_0 + \Delta n \cos(qx - \varphi) \quad (19)$$

et en tenant compte du fait que l'onde réfléchi sur la strate de cote x possède une avance de phase $\phi(x) = 2k_i x \sin \theta$ par rapport à celle qui est réfléchi sur la strate en $x = 0$, le coefficient de réflexion en amplitude est directement obtenu par une intégration sur toute l'épaisseur L du milieu :

$$r = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\delta r}{\delta x} e^{i2k_i x \sin \theta} dx \quad (20)$$

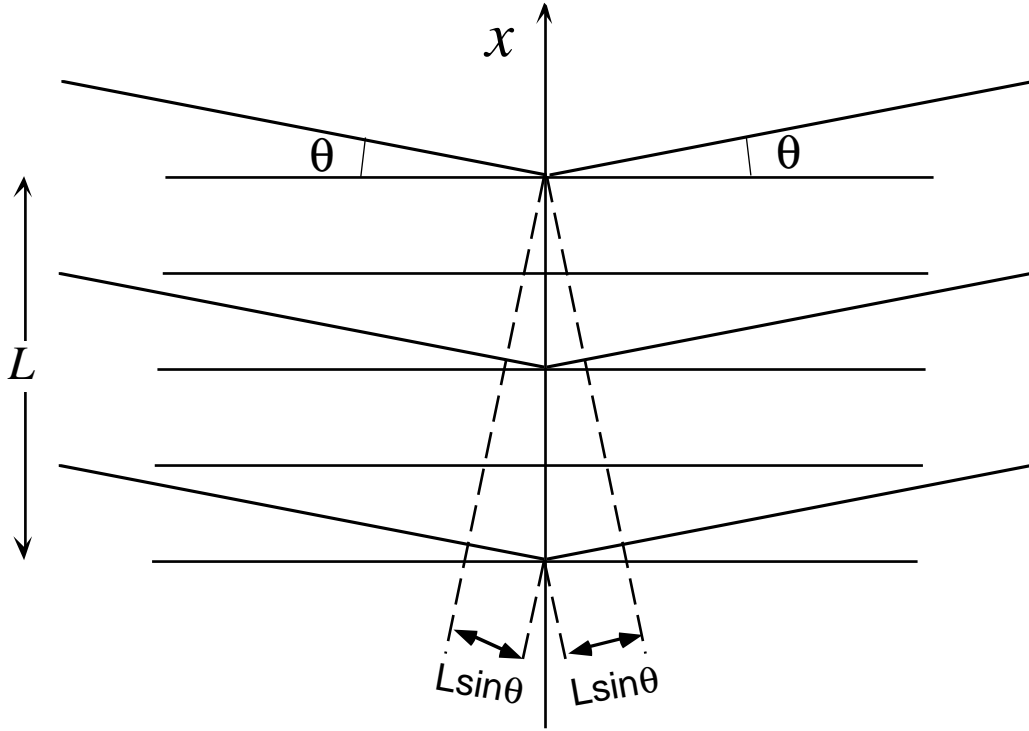


Figure 3: Diffraction d'une onde lumineuse par une onde acoustique épaisse. A la différence du régime de Raman-Nath qui correspond au cas limite d'un réseau mince, il devient alors nécessaire de considérer l'interférence entre les réflexions partielles de l'onde lumineuse incidente sur les différentes couches d'indice au sein du milieu.

Pour expliciter cette formule, il nous faut calculer la variation du coefficient de réflexion $\delta r/\delta x$ en fonction de la variation de $n(x)$ et des coefficients de FRESNEL de la réflexion sur un dioptre. Dans le cas d'une simple interface n_1/n_2 , ces coefficients sont donnés par les relations habituelles qui dépendent de la polarisation considérée TE (polarisation perpendiculaire au plan d'incidence) ou TM (polarisation parallèle au plan d'incidence) :

$$r_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad r_{\text{TM}} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (21)$$

les angles de réfraction θ_1 et θ_2 vérifiant la loi de SNELL-DESCARTES : $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

Avec les notations de la figure 3, l'angle d'incidence θ_1 sur le dioptre est égal à $\pi/2 - \theta$. La réfraction sur la couche inférieure d'indice $n_2 = n_1 + \delta n$ conduit à un changement d'angle de $\delta\theta$, tel que $\theta_2 = \pi/2 - \theta - \delta\theta$. En reportant dans la loi de Snell-Descartes :

$$n \cos \theta = (n + \delta n) \cos(\theta + \delta\theta) \quad (22)$$

soit en se limitant au premier ordre en fonction de δn :

$$\delta\theta = \frac{\delta n}{n} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad (23)$$

On en déduit ainsi :

$$\cos \theta_1 = \sin \theta \quad \text{et} \quad \cos \theta_2 = \sin \theta + \frac{\delta n \cos^2 \theta}{n \sin \theta}$$

puis, en reportant dans les équations (21) :

$$\delta r_{\text{TE}} = -\frac{\delta n}{2n} \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad \text{et} \quad \delta r_{\text{TM}} = -\frac{\delta n}{2n} \frac{\cos 2\theta}{\sin^2 \theta} \quad (24)$$

Si on suppose que l'incidence est quasi-rasante ($\theta \ll 1$ et $\cos 2\theta \simeq 1$), la variation du coefficient de réflexion devient identique pour les deux polarisations TE et TM :

$$\frac{\delta r}{\delta x} = \frac{\delta r}{\delta n} \cdot \frac{\delta n}{\delta x} \quad (25)$$

En fonction des expressions précédentes, on obtient ainsi :

$$\frac{\delta r}{\delta n} = -\frac{1}{2n \sin^2 \theta} \quad \text{et} \quad \frac{\delta n}{\delta x} = -q \Delta n \sin(qx - \varphi)$$

soit :

$$\frac{\delta r}{\delta x} = q \frac{\Delta n}{2n \sin^2 \theta} \sin(qx - \varphi) \quad (26)$$

Nous pouvons maintenant reporter ce résultat dans l'expression intégrale (20) qui donne le coefficient de réflexion r . En décomposant $\sin(qx - \varphi)$ en exponentielles complexes :

$$\sin(qx - \varphi) = \frac{1}{2i} \left[e^{i(qx - \varphi)} - e^{-i(qx - \varphi)} \right]$$

on obtient finalement l'expression du coefficient de réflexion :

$$r = -i q L \frac{\Delta n}{8n \sin^2 \theta} e^{-i\varphi} \left[\frac{\sin(q + 2k_0 \sin \theta)L/2}{(q + 2k_0 \sin \theta)L/2} - \frac{\sin(q - 2k_0 \sin \theta)L/2}{(q - 2k_0 \sin \theta)L/2} \right] \quad (27)$$

Remarquons qu'en fonction de l'angle d'incidence θ , un seul des deux termes en sinus cardinal va en fait contribuer de manière significative. Le coefficient de réflexion va atteindre une valeur maximale dans la direction θ_B donnée par :

$$2k_0 \sin \theta_B = q \quad (28)$$

soit :

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad (29)$$

Cette relation correspond à une *interférence constructive* entre les réflexions successives sur les plans qui correspondent au même état de vibration de l'onde acoustique, et qui sont séparés par Λ . L'angle ainsi déterminé est appelé l'angle de BRAGG, par analogie avec la diffraction des rayons X sur les plans réticulaires d'un solide cristallin. Notons cependant une différence importante, puisque **la diffraction de Bragg sur un réseau acousto-optique épais n'a lieu que dans une seule direction.**

Précisons au lecteur qu'il existe "bien entendu" un traitement complet de la diffraction acousto-optique, qui ne nécessite pas de considérer les deux cas limites du réseau de phase ou du milieu épais que nous nous sommes contentés d'étudier [5, 6]. La présentation de cette théorie est cependant complexe, et bien au-delà de la prétention de ces quelques notes qui ont simplement pour but de dégager quelques caractéristiques physiques essentielles de la diffraction acousto-optique. Il semble de plus très difficile de dégager des images physiques *simples*, en dehors de ces deux cas limites de la diffraction de BRAGG et de la diffraction de RAMAN-NATH.

3.2 Décalage Doppler et interprétation

Le calcul précédent montre que la réflectivité complexe r est proportionnelle au terme de phase $e^{-i\varphi}$. imaginons que l'onde acoustique est une onde progressive, qui se propage en sens opposé à la direction de propagation de l'onde lumineuse incidente (figure 4a). Le terme de phase varie alors au cours du temps suivant $e^{-i\Omega t}$. L'onde réfléchi à l'angle de Bragg a donc une fréquence ω_B qui se trouve décalée par rapport à celle de l'onde incidente :

$$\omega_B = \omega + \Omega$$

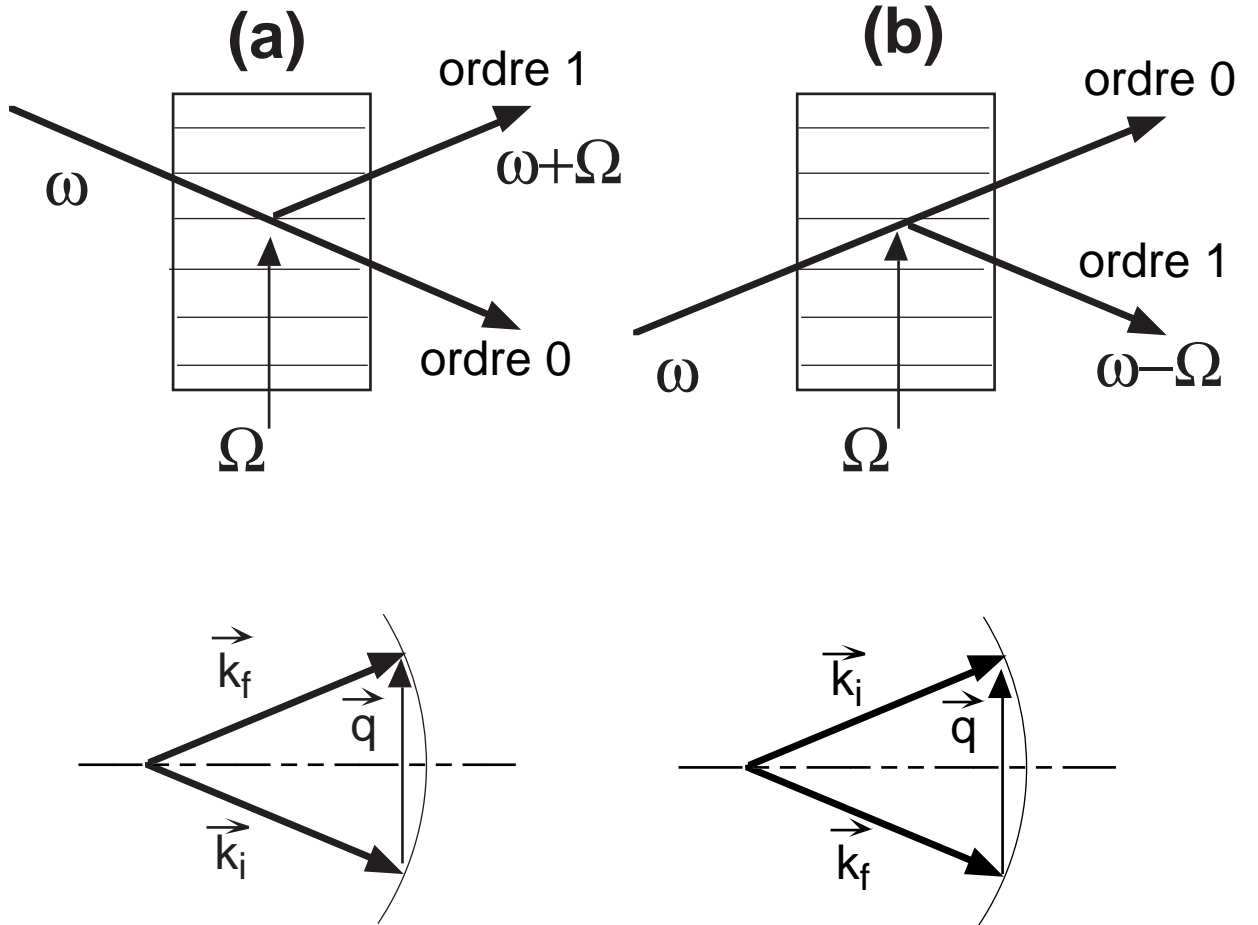


Figure 4: Réflexion à l'angle de Bragg sur le réseau épais. L'ordre 0 et l'ordre 1 correspondent respectivement au faisceau qui est directement transmis à travers la cellule, et au faisceau dévié par le réseau de diffraction acoustique. En fonction de l'angle d'incidence de l'onde lumineuse par rapport au sens de propagation de l'onde acoustique, on peut obtenir un décalage en fréquence positif (cas de la figure (a)) ou négatif (cas de la figure (b)). Ces processus de diffusion peuvent également s'interpréter comme une combinaison entre le vecteur d'onde \vec{k}_i de l'onde lumineuse incidente et le vecteur d'onde \vec{q} de l'onde acoustique.

Nous pouvons interpréter ce décalage comme la conséquence de l'effet Doppler sur les surfaces de l'onde acoustique, qui sont en mouvement à la vitesse $\vec{v} = v \vec{u}_x$. En effet, à la limite non-relativiste, le décalage Doppler d'une onde lumineuse qui arrive sur un miroir en mouvement

s'écrit :

$$\Delta\omega = 2\omega \frac{V}{c/n_0} \quad (30)$$

où c/n_0 est la vitesse de la lumière dans le milieu, et V la composante de la vitesse du miroir dans la direction de la lumière réfléchie. En fonction de la figure 4 et du sens de propagation de l'onde acoustique, $V = \pm v \sin \theta_B$. En reportant l'expression de $\sin \theta_B$ (éq.(29)), on obtient ainsi le résultat :

$$\Delta\omega = 2\omega \frac{\pm v \sin \theta_B}{c/n_0} = \pm\Omega$$

Dans le cas représenté sur la figure 4a où l'onde acoustique se propage dans la direction opposée à l'onde lumineuse incidente, la fréquence ω_B de l'onde réfléchie est décalée positivement, soit $\omega_B = \omega + \Omega$. Inversement, lorsque l'onde acoustique se propage dans le même sens que l'onde lumineuse incidente (figure 4b), il apparaît un décalage de fréquence négatif qui est donné par $\omega_B = \omega - \Omega$.

En fonction de la disposition des ondes, les trois vecteurs d'onde $(\vec{k}_i, \vec{k}_f, \vec{q})$ sont dans un même plan et vérifient entre eux la relation :

$$\vec{k}_f = \vec{k}_i \pm \vec{q} \quad (31)$$

Après multiplication par \hbar , cette égalité peut également s'interpréter comme la conservation de la quantité de mouvement associée au processus de collision entre les *photons* de l'onde lumineuse incidente et les *phonons* de l'onde acoustique. La relation $\hbar\omega_B = \hbar\omega \pm \hbar\Omega$ s'interprète alors de manière transparente, comme la relation de conservation de l'énergie qui est associée à ces mêmes processus de diffusion :

$$\boxed{\text{(a)} : \text{photon } (\omega, \vec{k}_i) + \text{phonon } (\Omega, \vec{q}) \rightarrow \text{photon } (\omega_B = \omega + \Omega, \vec{k}_f = \vec{k}_i + \vec{q})}$$

$$\boxed{\text{(b)} : \text{photon } (\omega, \vec{k}_i) \rightarrow \text{photon } (\omega_B = \omega - \Omega, \vec{k}_f = \vec{k}_i - \vec{q}) + \text{phonon } (\Omega, \vec{q})}$$

4 Proposition de quelques expériences

4.1 Mesure de la vitesse de propagation de l'onde acoustique dans l'éthanol

On considère le montage représenté sur la figure 5, où une céramique piézo-électrique plonge dans une cuve remplie l'éthanol pur et y engendre une onde acoustique.

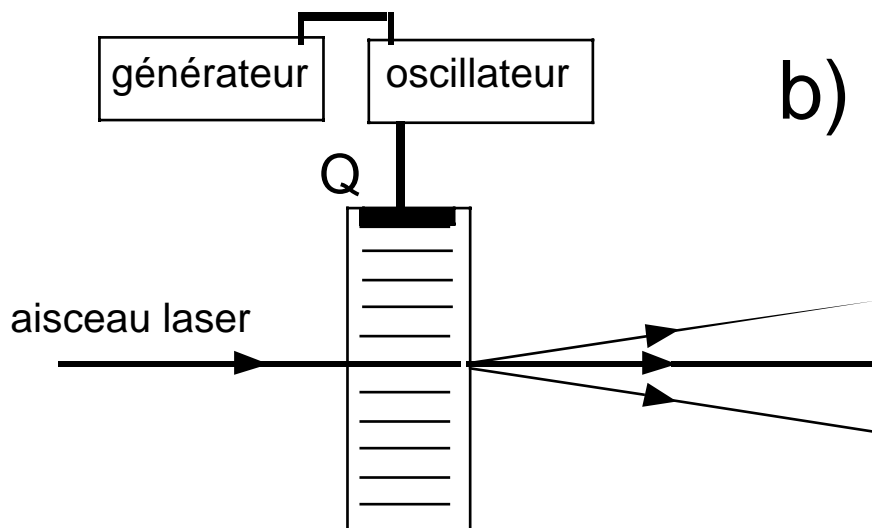
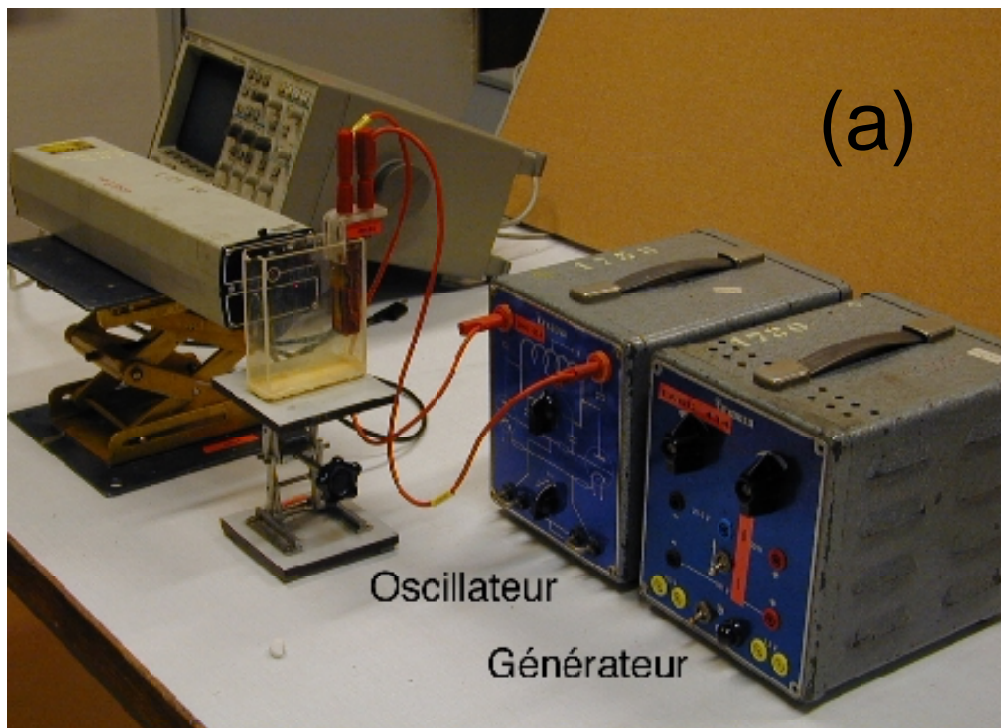


Figure 5: Diffraction acousto-optique dans une cuve remplie d'éthanol à l'aide du matériel Réf. ENSC 434 (figure (a)), et principe du dispositif (figure (b)). Un transducteur piézo-électrique, excité par une onde radio-fréquence oscillant à quelques MHz, va induire dans le liquide l'onde acoustique. Celle-ci est équivalente du point de vue optique à un réseau de phase. Le transducteur est relié à un oscillateur, alimenté grâce à un générateur branché sur le secteur. La connexion entre le générateur et l'oscillateur RF s'effectue par une prise spéciale qui est située à l'arrière des deux boîtiers.

Dans le cas d'une onde progressive, la modulation d'indice s'écrit simplement :

$$n(x, t) = n_0 + \Delta n \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\Lambda}x + \varphi\right) \quad (32)$$

Dans le cas où il existe une réflexion importante sur la face arrière de la cuve, il apparaît pour des fréquences Ω appropriées une onde stationnaire de la forme :

$$n(x, t) = n_0 + \Delta n \cos \Omega t \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x + \varphi\right) \quad (33)$$

qu'il est possible de visualiser par l'intermédiaire d'un montage de strioscopie ³. Dans le cas où l'onde acoustique est atténuée lors de sa réflexion sur la paroi de la cuve, on obtient alors une onde progressive qui possède néanmoins un certain taux d'onde stationnaire.

Comme indiqué dans les paragraphes précédents, la fréquence de l'onde ultra-sonore (qui est de l'ordre de quelques MHz) est beaucoup plus faible que la fréquence optique (quelques 10^{14} Hz). L'onde lumineuse étant diffracté par un réseau de phase qui lui semble "figé", le pas de ce réseau est dans tous les cas égal à la longueur d'onde acoustique Λ . On lève ainsi l'éventuelle ambiguïté sur l'importance de la structure de l'onde acoustique (onde stationnaire ou onde progressive), quant-à l'interprétation des résultats obtenus pour la diffraction acousto-optique.

On éclaire la cuve par un faisceau laser en incidence normale. Dans le régime de diffusion de RAMAN-NATH, on observe alors sur un écran placé à grande distance D une succession de points lumineux. La distance d_l entre l'ordre l de diffraction et l'ordre 0 étant donnée par

$$d_l = l D \frac{\lambda}{\Lambda}$$

on peut ainsi directement mesurer Λ et en déduire la vitesse de propagation v de l'onde acoustique dans le fluide ⁴.

L'épaisseur critique de la cuve est donnée par la relation

$$e_C = \frac{n_0 \Lambda^2}{\lambda} \quad (34)$$

Compte tenu de l'indice de réfraction de l'éthanol, paramètre qu'on peut trouver dans le Handbook égal à $n_0 = 1.459$ ⁵, l'épaisseur critique de la cuve qui est donnée par la relation (18) correspond à $e_C \approx 75$ mm.

Dans les conditions de l'expérience, le rapport entre les intensités I_m et I_n des ordres de diffraction m et n est donné par la formule :

$$\frac{I_m}{I_n} = \frac{J_m^2(\varphi_0)}{J_n^2(\varphi_0)}$$

où J_m (resp. J_n) est la fonction de Bessel d'ordre m (resp. n), et où $\varphi_0 = 2\pi\delta n e/\lambda$ est la variation de phase qui correspondant à l'amplitude δn de la variation d'indice créée par l'onde acoustique. En mesurant l'intensité relative dans les différents ordres de diffraction en enregistrant la figure

³Rappelons qu'on appelle "objet de phase", un objet parfaitement transparent qui présente des variations d'indice ou d'épaisseur. La méthode d'imagerie strioscopique permet de transformer les variations de phase que subit la lumière à la traversée d'un tel objet en variation d'amplitude dans l'image observée.

⁴La valeurs donnée dans le Handbook est $v_{\text{ethanol}} \approx 915$ m/s. Pour une fréquence $\Omega/2\pi \approx 6$ MHz, la longueur d'onde acoustique vaut alors $\Lambda = 0.15$ mm.

⁵Rappelons que les indices de réfraction sont spécifiés pour une longueur d'onde précise, qui correspond par convention à la raie jaune D de la vapeur de sodium.

de diffraction à l'aide d'une barette CCD, on peut vérifier la dépendance en fonctions de Bessel d'ordres successifs et estimer la valeur de φ_0 . On en déduit alors l'ordre de grandeur de δn , et on peut vérifier que les différentes approximations effectuées dans la modélisation sont bien légitimes.

□ **Une remarque sur l'exploitation du résultat obtenu**

Pour la diffraction dans le milieu diélectrique, il faut bien entendu tenir compte de l'indice de réfraction n_0 du fluide et de la longueur d'onde $\lambda = \lambda_0/n$, où λ_0 est la longueur d'onde de la radiation incidente dans le vide. La formule des réseaux donne l'angle θ_l pour l'ordre l de diffraction :

$$\sin \theta_l = l \frac{\lambda}{\Lambda} = l \frac{1}{n_0} \frac{\lambda_0}{\Lambda} \quad (35)$$

Il faut également tenir compte du changement angulaire provoqué par la réfraction à la sortie de la cuve. L'ordre l est ainsi diffracté dans la direction θ'_l telle que:

$$n \sin \theta_l = \sin \theta'_l \quad (36)$$

d'où :

$$\sin \theta'_l = l \frac{\lambda_0}{\Lambda} \quad (37)$$

Dans l'application numérique finale, il faut par conséquent utiliser la longueur d'onde λ_0 dans le vide de la radiation monochromatique considérée, qui est en pratique un laser He-Ne dans le rouge.

4.2 Acousto-optique en régime de Bragg

Les liquides ne peuvent être utilisés à des fréquences RF au-delà d'une dizaine de MHz à cause de leur atténuation élevée. En effet, les pertes par unité de longueur sur l'onde acoustique augmentent avec le carré de la fréquence⁶. Il devient alors nécessaire d'utiliser des milieux solides, dans lesquels l'atténuation est plus faible et augmentera plus lentement avec la fréquence RF utilisée. Le système disponible au laboratoire est un modulateur de marque SORO (type IM20). Ce dispositif est composé d'un cristal acousto-optique en molybdate de plomb PbMoO_4 sur lequel est collé un transducteur en niobate de lithium LiNbO_3 .

Le modulateur acousto-optique est piloté par un générateur RF de fréquence $\Omega/(2\pi) = 70$ MHz, dont l'amplitude peut être réglée proportionnellement à la tension d'entrée qui est appliquée sur l'entrée "Modulation" du boîtier électronique de commande (voir le synoptique du fonctionnement du modulateur qui est représenté très schématiquement sur la figure 6). L'amplitude de cette modulation doit être **positive** et comprise entre 0 et +3 V.

□ **Utilisation pratique : réglage de l'angle de Bragg**

On place le modulateur juste après le laser utilisé pour l'expérience. Il apparaît alors différents ordres de diffraction. On règle ensuite l'orientation du modulateur, de manière à se placer à l'incidence de BRAGG pour laquelle il ne subsiste plus que l'ordre 1 de diffraction. L'efficacité de diffraction dans cet ordre doit alors être supérieure à 70 % d'après la fiche technique du constructeur. À partir de la mesure de l'angle de déflexion du faisceau, on peut également déterminer la vitesse acoustique v dans ce nouveau matériau.

⁶Dans l'eau, ces pertes sont de 6 dB/cm à une fréquence RF de 50 MHz.

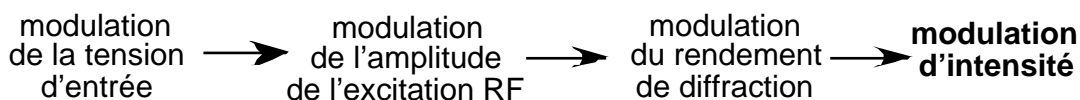
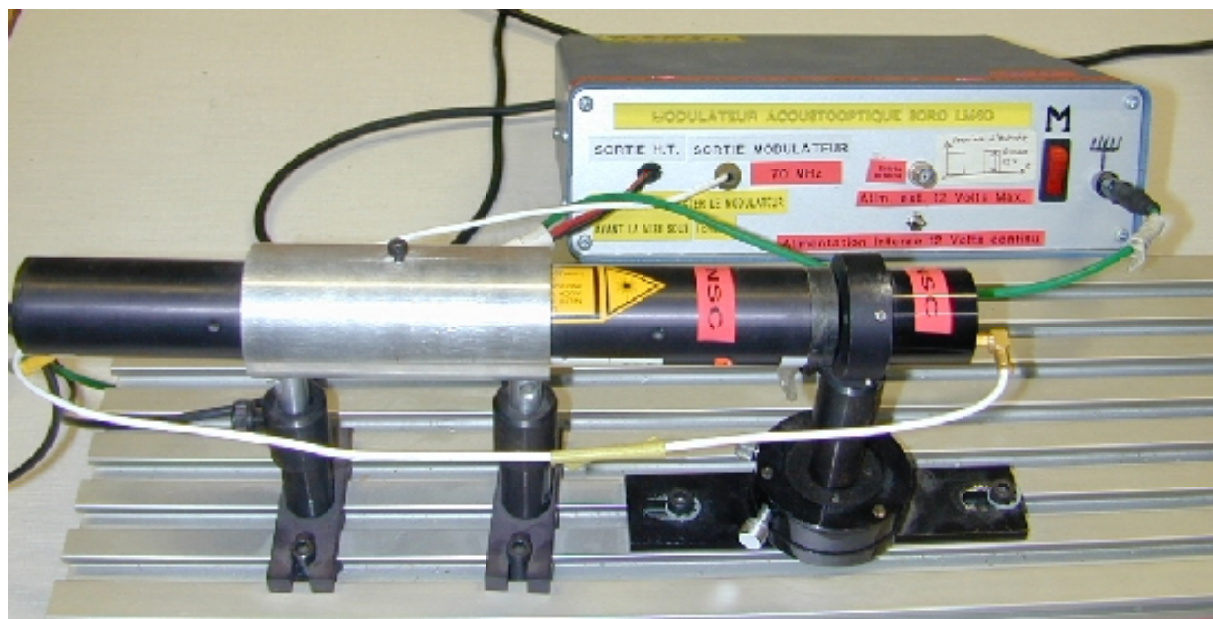


Figure 6: Principe de fonctionnement du modulateur acousto-optique SORO fonctionnant dans le régime de diffraction de BRAGG sur un réseau épais.

□ Mesure de la bande passante de modulation

On souhaite caractériser les propriétés de cet acousto-optique comme modulateur d'intensité, c'est-à-dire essentiellement déterminer sa bande passante de modulation. On utilisera pour cela une photodiode rapide, qu'on place sur le faisceau qui est diffracté à l'angle de Bragg.

On compare le signal de photodétection et le signal de commande issu du générateur de fonctions qui pilote la modulation. On prendra soin de bien se placer dans une zone de réponse linéaire du photodétecteur, de manière à bien observer une modulation sinusoïdale de l'intensité du faisceau diffracté. On en déduit directement la bande passante de modulation, qui est définie comme la fréquence de coupure f_C à partir de laquelle l'amplitude de modulation a chuté de 3 dB. Il est possible de comparer cette bande passante à une valeur estimée à partir de la vitesse acoustique v et du diamètre d du faisceau laser :

$$f_C = \frac{1}{2\pi} \frac{v}{d} \quad (38)$$

puis d'essayer ensuite de modifier le montage pour augmenter cette bande passante.

4.3 Interférométrie hétérodyne : travail dirigé

On recombine au moyen d'une lame séparatrice et de deux miroirs les deux faisceaux qui correspondent respectivement à l'ordre 0 et à l'ordre 1 de diffraction sur le modulateur acousto-optique (figure 7). On détecte ensuite l'intensité totale au moyen d'une photodiode rapide dont la bande passante est supérieure à Ω .

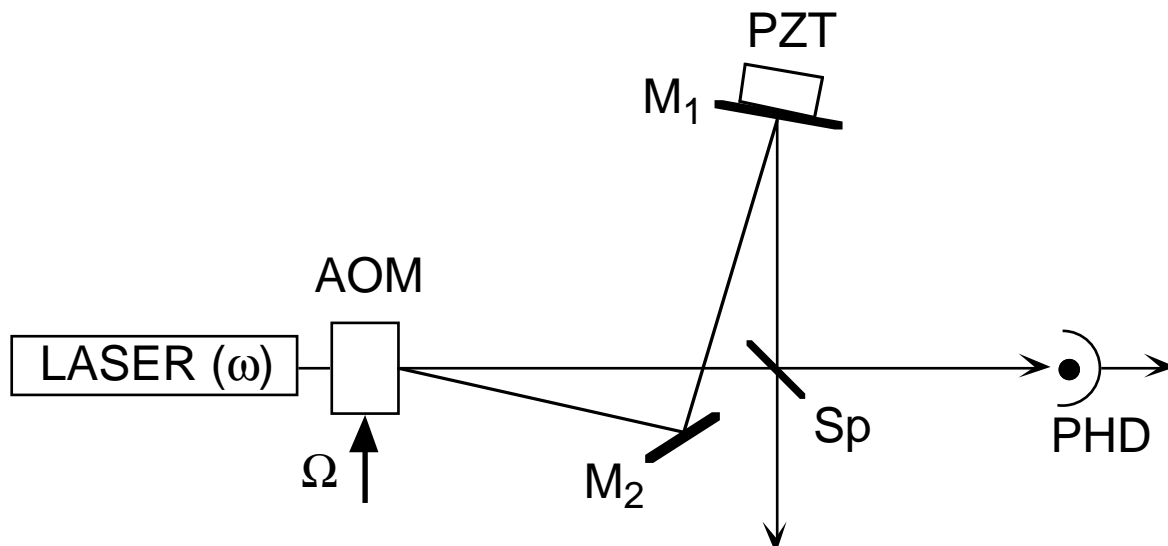


Figure 7: Interféromètre utilisant les deux ordres de diffraction 0 et 1 générés par diffraction acousto-optique. AOM: modulateur acousto-optique ; M_1 et M_2 : miroirs de recombinaison ; PZT: céramique piézo-électrique permettant de déplacer le miroir M_2 ; Sp: lame séparatrice permettant de recombinaison les deux faisceaux ; PHD: photodiode rapide.

On note $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_0 e^{-i\omega t}$ et $\mathcal{S}_2 = \mathcal{S}'_0 e^{-i(\omega+\Omega)t+i\phi}$ les vibrations lumineuses qui interfèrent au niveau du photodétecteur, les amplitudes \mathcal{S}_0 et \mathcal{S}'_0 étant supposées réelles. Le déphasage ϕ est introduit par la différence entre les chemins optiques parcourus par ces deux faisceaux. Dans toute cette partie, on suppose que le laser est équivalent à un oscillateur parfaitement stable, dont la phase reste par conséquent *constante* au cours du temps. L'effet de la diffusion de phase du laser, qui conduit à la largeur en fréquence de la raie laser, sera étudié dans un cours suivant.

- a) Justifier *brèvement* que le signal délivré par le photodétecteur s'écrit :

$$i(t) \propto \mathcal{S}_0^2 + \mathcal{S}'_0{}^2 + 2\mathcal{S}_0\mathcal{S}'_0 \cos(\Omega t - \phi) \quad (39)$$

La composante continue étant filtrée, le signal $S(t)$ à la sortie du système de détection est :

$$S(t) = S_0 \cos(\Omega t - \phi) \quad (40)$$

qu'on peut interpréter comme le "battement" entre les deux ordres de diffraction.

- b) L'expérience montre que la qualité de la superposition des deux faisceaux, après la lame séparatrice, est très critique : s'ils ne coïncident pas en position et en direction de propagation, le signal de battement $S(t)$ est très peu contrasté, voire inexistant. Pouvez-vous expliquer pourquoi ? Il est recommandé de faire des schémas.
- c) La céramique piézo-électrique (PZT) qui porte le miroir de renvoi M_1 est modulée sinusoidalement à la fréquence f (avec $f \ll \Omega/2\pi$), de sorte que la différence de chemin optique Δ_{12} entre les deux voies de l'interféromètre varie selon :

$$\Delta_{12} = \Delta_0 + \delta\Delta \cos(2\pi ft) \quad (41)$$

- Montrer que le mouvement du miroir se traduit par une modulation de phase du signal de battement $S(t)$. En supposant que $|\delta\Delta| \ll \lambda$, déterminer l'expression de $S(t)$.
- d) Montrer que si l'on effectue l'analyse spectrale de $S(t)$, il apparaît autour du pic de "battement" à la fréquence $\Omega/2\pi$ deux bandes latérales qui sont décalées de $\pm f$.
Montrer que l'amplitude relative de ces bandes latérales vis-à-vis de la fréquence centrale permet de déterminer directement l'amplitude $\delta\Delta$ de la vibration du miroir.
- e) On suppose que l'on peut déterminer à l'aide d'un analyseur de spectre une variation d'amplitude entre ces pics allant jusqu'à 60 dB, ce rapport étant limité par le bruit sur le signal de photodétection.
En déduire quelle variation minimale $\delta\Delta_{\min}$ de la différence de marche Δ_{12} entre les deux voies de l'interféromètre peut être détectée par cette méthode.

Références bibliographiques

- [1] L. BRILLOUIN, *Ann. Phys. (Paris)* **17**, 103 (1921); "Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène", *Ann. Phys. (Paris)* **17**, 88 (1922)
- [2] P. DEBYE et F. W. SEARS, "On the scattering of light by supersonic waves", *Proc. Natl. Acad. Sci. (USA)* **18**, 409 (1932)
- [3] R. LUCAS et P. BIQUARD, "Propriétés optiques des milieux solides et liquides soumis aux vibrations élastiques ultra-sonores", *J. Phys. Rad.* **3**, 464 (1932)
- [4] C. RAMAN et N. NATH, "The diffraction of light by high frequency sound waves: Part II", *Proc. Indian Acad. Sci.* **2**, 406, 413 (1935); *ibid* **3**, 75, 119 (1936). On notera que les premiers travaux sur les réseaux de phase sont en fait dus à LORD RAYLEIGH, *Proc. Roy. Soc. A* **79**, 399 (1907).
- [5] M. BORN et E. WOLF, "Principles of Optics", *Cambridge University Press* (6^e édition, 1980)
- [6] W. KLEIN et B. COOK, "Unified approach to ultrasonic light diffraction", *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* **14**, 123 (1967)
- [7] H. Z. CUMMINS et N. KNABLE, "Single sideband modulation of coherent light by Bragg reflection from acoustical waves", *Proc. IEEE (Correspondence)* **51**, 1246 (1963) ; A. E. SIEGMAN, C. F. QUATE, J. BJORKHOLM et G. FRANCOIS, "Frequency translation of laser's output frequency by acoustic output coupling", *Appl. Phys. Lett.* **5**, 1 (1964)
- [8] R. W. DIXON et E. I. GORDON, "Acoustic light modulator using optical heterodyne mixing", *Bell System Tech. J.* **56**, 367 (1967) ; R. PETERSON, "Interferometric measurements of the surface profile of moving samples", *Appl. Opt.* **23**, 1464 (1985)
- [9] D. PIERCE et R. BYER, "Experiments on the interaction of light and sound for the advanced laboratory", *Am. J. Phys.* **41**, 314 (1973)